



1. В некотором городе на любом перекрестке сходятся ровно 3 улицы. Улицы раскрашены в три цвета так, что на каждом перекрестке сходятся улицы трех разных цветов. Из города выходят три дороги. Докажите, что они имеют разные цвета.

2. Существуют ли различные взаимно простые в совокупности натуральные числа a , b и c , большие 1 и такие, что $2^a + 1$ делится на b , $2^b + 1$ делится на c , а $2^c + 1$ делится на a ?

3. Корни двух приведенных квадратных трехчленов – отрицательные целые числа, причем один из этих корней – общий. Могут ли значения этих трехчленов в некоторой положительной целой точке равняться 19 и 98?

4. Докажите, что числа от 1 до 15 нельзя разбить на две группы: A из 2 чисел и B из 13 чисел так, чтобы сумма чисел в группе B была равна произведению чисел в группе A .

5. Дан треугольник ABC . Точка A_1 симметрична вершине A относительно прямой BC , а точка C_1 симметрична вершине C относительно прямой AB . Докажите, что если точки A_1 , B и C_1 лежат на одной прямой и $C_1B = 2A_1B$, то угол CA_1B – прямой.

6. Все клетки клетчатой плоскости окрашены в 5 цветов так, что в любой фигуре  вида все цвета различны. Докажите, что и в любой фигуре вида  все цвета различны.

7. Существует ли такое натуральное число, что произведение всех его натуральных делителей (включая 1 и само число) оканчивается ровно на 2015 нулей?

8. Клетки квадрата 9×9 окрашены в красный и синий цвета. Докажите, что найдется или клетка, у которой ровно два красных соседа по углу, или клетка, у которой ровно два синих соседа по углу (или и то, и другое).