

### Вступительные задачи, 5–6 класс

1. Дана дробь  $\frac{2}{3}$ . Разрешается много раз выполнять следующие операции: прибавлять 2013 к числителю или прибавлять 2014 к знаменателю. Можно ли с помощью только этих операций получить дробь, равную  $\frac{3}{5}$ ?
2. На доске выписаны числа от 1 до 2150. Каждую минуту каждое число подвергается следующей операции: если число делится на 100, то его делят на 100; если же не делится, то из него вычитают 1. Найдите наибольшее среди чисел на доске через 87 минут.
3. Вдоль прямой дороги живут пятеро друзей: Алик, Боря, Вася, Гриша и Дима, дома которых стоят в алфавитном порядке. Боря подсчитал сумму расстояний от своего дома до домов четырех своих друзей и получил 20 км. Вася же вычислил, что сумма расстояний от его дома до домов его четырех друзей равна 18 км. На каком расстоянии от Бори живет Вася?
4. Приведите пример трехзначного числа, которое не делится на 102, но если его запись повторить 15 раз, то полученное многозначное число будет делиться на 102.
5. Вдоль дороги в ряд стоят 5 домов, в каждом живет хотя бы один человек, и при этом в любых двух разных домах живет разное число людей. Два жителя называются соседями, если они живут в одном доме или в соседних домах. Приведите пример, когда *у каждого* жителя либо ровно 20, либо ровно 30 соседей.
6. Из бумажного квадрата  $10 \times 10$  клеток вырезали по клеточкам несколько квадратов, причем любые два из них имеют разные размеры. Какое наибольшее количество квадратов могло быть вырезано?
7. В каждой из двух комнат находится несколько человек. Могло ли оказаться, что после того, как один человек перешел из одной комнаты в другую, увеличился средний возраст людей как в первой, так и во второй комнате?
8. Существует ли такое десятизначное натуральное число, в котором все цифры различны, что при вычеркивании из него любых четырех цифр получится четное число?