

ЗАДАНИЯ

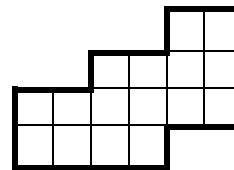
«Математическая карусель-2022», 4-5 классы, ЛИГА S

<p><i>лига S Исх 1.</i> Юля записала в тетрадь все такие трёхзначные числа, у которых каждая следующая цифра на 3 больше предыдущей. Напиши все числа, которые получились у Юли.</p>	<p><i>лига S Исх 2.</i> Отец старше сына на 28 лет, а сын младше отца в 8 раз. Сколько лет каждому?</p>
<p><i>лига S Исх 3.</i> На гирлянде висят лампочки на одинаковом расстоянии друг от друга. Расстояние от первой лампочки до пятой равно 40 см. Чему равно расстояние от первой лампочки до пятнадцатой?</p>	<p><i>лига S Исх 4.</i> В мешке лежат конфеты: 5 красных, 6 розовых, 7 жёлтых, 8 синих и 9 белых. Глеб вытаскивает конфеты по одной не глядя и хочет в конце концов съесть 2 красные конфеты и 3 розовые, но ему постоянно попадает не то, что нужно. Сколько конфет ему надо вытащить, чтобы наверняка получить желаемое?</p>
<p><i>лига S Исх 5.</i> Паша купил прямоугольную шоколадку. Если бы он разломал её на полоски шириной в одну дольку вдоль длинной стороны, потребовалось бы 7 разломов. Если бы он разломал её на равные полоски шириной несколько долек вдоль короткой стороны – потребовалось бы 3 разлома. Во сколько раз площадь кусочка при дележе вторым способом больше, чем при дележе первым способом?</p>	<p><i>лига S Исх 6.</i> Из двух норок навстречу друг другу выскочили два мышонка. Первый пробегает за секунду 6 метров, второй – 11 метров. На каком расстоянии друг от друга будут мышата за две секунды до столкновения?</p>
<p><i>лига S Исх 7.</i> Точки А, В, С и D отмечены на прямой в некотором порядке. Известны расстояния: от А до В – 8 клеточек, от В до С – 5, от С до D – 14 и от D до А – 11 клеточек. Чему равно расстояние между точками А и С?</p>	<p><i>лига S Исх 8.</i> Паша взял нечётное число, увеличил его в 2 раза, прибавил 2 и получил однозначное число. Какое число мог взять Паша? Найдите все варианты.</p>

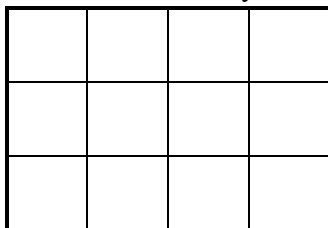
<p><i>лига S Исх 9.</i> Если из первого пенала переложить во второй 4 карандаша, а из второго в третий 6 карандашей, то карандашей во всех трёх пеналах станет поровну. На сколько карандашей сейчас больше во втором пенале, чем в третьем?</p>	<p><i>лига S Исх 10.</i> Алису, Борю и Витю спросили: «Какой сегодня день недели?». Боря сказал: «Вчера был понедельник», Алиса: «Сегодня воскресенье», Витя: «Завтра будет среда». Потом оказалось, что один из них сказал правду, а двое соврали. В какой день недели это было?</p>
<p><i>лига S Исх 11.</i> Ваня ставит в тетрадке кляксу через каждые 10 минут. Первую кляксу он поставил в 9 часов 15 минут. Сколько времени будет на часах, когда Ваня поставит десятую кляксу?</p>	<p><i>лига S Исх 12.</i> Котёнок и Щенок нашли две одинаковые сосиски. Котёнок разделил свою сосиску на 4 одинаковые части, а Щенок свою – на 6 одинаковых частей. Оказалось, что у Котёнка каждая часть на 5 граммов тяжелее, чем у Щенка. Сколько весит целая сосиска?</p>
<p><i>лига S Исх 13.</i> Матвей записал трёхзначное число, перемножил все его цифры и получил 81. Известно, что число Матвея – самое маленькое из всех возможных таких чисел. Запишите число Матвея.</p>	<p><i>лига S Исх 14.</i> На ёлке висит гирлянда из 100 лампочек. Известно, что первая и третья лампочки имеют красный цвет. Кроме того, среди любых пяти подряд идущих лампочек ровно две красного и ровно три синего цвета. Деду Морозу из-за ёлки видно не всю гирлянду. Какого цвета лампочки под номерами 58 и 87?</p>

лига S Зач 1. Костя хотел набрать 10-значное число на калькуляторе, но, оказалось, что некоторые кнопки не работают и на экране оказалось число 05112022. Какое наименьшее число мог набирать Костя?

лига S Зач 2. Разрежьте фигуру по линиям сетки на две равные части (равные по форме и по размерам).

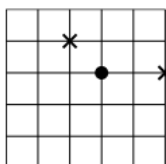


лига S Зач 3. В каждую клетку таблицы 3×4 поставьте крестик или нолик так, чтобы у каждого крестика был ровно один сосед-нолик, а у каждого нолика был ровно один сосед-крестик. Соседями считаем две клетки, имеющие общую сторону.



лига S Зач 4. Крокодил Гена и Чебурашка бегут по длинному коридору навстречу друг другу. Стартовали они одновременно. Через 6 секунд после старта они встретились, а когда за следующие 4 секунды Чебурашка добежал до конца коридора, Гене оставалось бежать ещё 8 метров. Чему равна длина коридора?

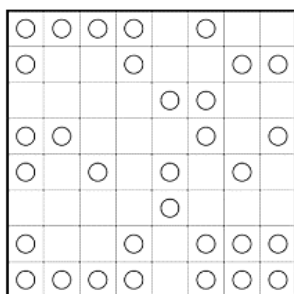
лига S Зач 5. Лабиринт для мышей представляет собой квадрат 5 × 5 метров, мыши могут бегать только по дорожкам. На двух перекрёстках положили по одинаковому куску сыра (обозначены крестиками). На другом перекрёстке сидит мышка (обозначена кружочком). До обоих кусочков ей нужно бежать одинаковое расстояние. Она не знает, какой кусочек выбрать, и задумчиво сидит на месте. Отметьте все перекрёстки, где ещё могла бы задумчиво сидеть мышка.



лига S Зач 6. Из спичек выложено число. Какое наибольшее число можно получить из него, переложив не более двух спичек? Образец написания цифр:



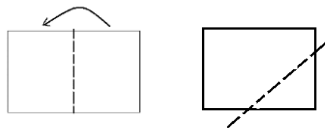
лига S Зач 7. Разрежьте квадрат на 16 четырёхклеточных фигурок (таких, как на рисунке внизу) – фигурки можно поворачивать и переворачивать. Во всех фигурках должно оказаться по два кружочка.



лига S Зач 8. Расставьте знаки действий между цифрами там, где это нужно, чтобы получилось верное равенство. Скобки НЕ использовать!

$$76521 = 54$$

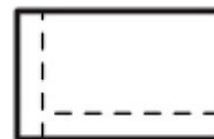
лига S Зач 9. Петя взял лист бумаги и от нечего делать согнул его пополам 3 раза, каждый раз перегибая по короткой стороне, а затем взял ножницы и отрезал уголок. Сколько треугольников могло получиться? Укажите все возможные варианты.



лига S Зач 10. Сколько страниц в книжке, если для того, чтобы их пронумеровать, понадобилось написать всего 39 цифр? Нумерация страниц в книге начинается с первой страницы.

лига S Зач 11. Частное от деления трехзначного числа на сумму его цифр равно 13, а остаток 15. Найти все такие трехзначные числа.

лига S Зач 12. Шоколадная плитка состоит из одинаковых долек. Маленький Глеб разделил ее «по-честному»: сначала он отломал полоску из 6 долек для бабушки, а затем полоску из 7 долек для дедушки (см. рисунок). Сколько долек у него осталось?

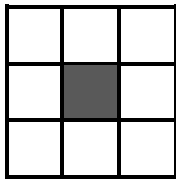
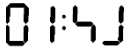



лига S Зач 13. Решите ребус
 $\text{ДУГА} + \text{ДУГА} = \text{КРУГ}$, где гласным и согласным буквам соответствуют цифры разной четности, а разным буквам – разные цифры. В ответ запишите число, соответствующее слову ДРУГ.

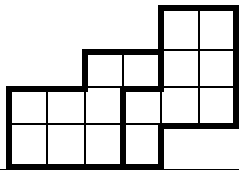
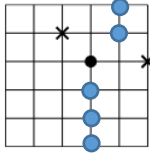
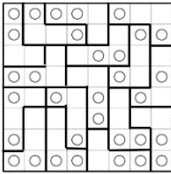
лига S Зач 14. Учитель предложил первоклассникам изготовить дома набор карточек (на каждой карточке пишется ровно одна цифра), чтобы с его помощью можно было составить любое трёхзначное число. Какое **наименьшее** число таких карточек придётся сделать каждому ученику? (цифру 6 можно использовать как 9 и наоборот).

лига S Зач 15. x, y, z – три различные цифры. Если сложить все шесть трехзначных чисел, которые можно записать с их помощью, не повторяя одну и ту же цифру в числе дважды, то получим 5328. Найдите эти цифры.

лига S Зач 16. Пятизначное число называется горкой, если в нём первые три цифры идут в порядке возрастания, а последние три в порядке убывания. Например, 13760 и 28932 горки, а 78821 и 86521 не горки. Сколько существует горок, которые больше числа 77777?

<p>лига S Зач 17. Расставьте во все клетки квадрата, кроме центральной все цифры от 0 до 7 так, чтобы сумма чисел вдоль каждой стороны квадрата была равна 9.</p> 	<p>лига S Зач 18. На Пашиных электронных часах сломался экран, поэтому не все цифры показываются полностью. Паша проснулся, когда за окном было темно и увидел на часах  следующую картинку: Сколько всего вариантов, какое может быть сейчас время, если рассвет наступает в 8.00? Цифры на электронных часах выглядят так: </p>																																																												
<p>лига S Зач 19. Жук ползёт из левого верхнего угла в правый нижний. Числа показывают, сколько клеток жук должен посетить в каждой строчке и каждом столбике. Зайти в одну и ту же клетку дважды жук не может. Нарисуйте путь жука.</p> <table border="1" data-bbox="469 696 788 913"> <tr> <td>5</td> <td>•</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>×</td> </tr> </table>	5	•						4							4							6							1						×	<p>лига S Зач 20. Заполните все пустые клетки квадрата 5×5 буквами Ц, И, Ф, Р, А так, чтобы ни в одной из вертикалей, горизонталей и диагоналей квадрата буквы не повторялись.</p> <table border="1" data-bbox="1023 734 1315 954"> <tr> <td>Ц</td> <td>И</td> <td>Ф</td> <td>Р</td> <td>А</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Ф</td> <td>Р</td> <td>Ц</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Ц	И	Ф	Р	А		Ф	Р	Ц																
5	•																																																												
4																																																													
4																																																													
6																																																													
1						×																																																							
Ц	И	Ф	Р	А																																																									
	Ф	Р	Ц																																																										

Ответы лига S

Исходный		Зачётный																									
лига S Исх 1	147, 258, 369	лига S Зач 1	3035112022																								
лига S Исх 2	Отцу – 32, сыну – 4	лига S Зач 2																									
лига S Исх 3	140 см	лига S Зач 3	Принимаем любой из вариантов <table border="1" data-bbox="831 1350 1054 1507"> <tr><td>x</td><td>o</td><td>o</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>o</td><td>o</td><td>x</td></tr> <tr><td>x</td><td>o</td><td>o</td><td>x</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="1177 1350 1406 1507"> <tr><td>o</td><td>x</td><td>x</td><td>o</td></tr> <tr><td>o</td><td>x</td><td>x</td><td>o</td></tr> <tr><td>o</td><td>x</td><td>x</td><td>o</td></tr> </table>	x	o	o	x	x	o	o	x	x	o	o	x	o	x	x	o	o	x	x	o	o	x	x	o
x	o	o	x																								
x	o	o	x																								
x	o	o	x																								
o	x	x	o																								
o	x	x	o																								
o	x	x	o																								
лига S Исх 4	32 конфеты	лига S Зач 4	24 метра																								
лига S Исх 5	в 2 раза	лига S Зач 5																									
лига S Исх 6	34 метра	лига S Зач 6	141 151																								
лига S Исх 7	3 клетки	лига S Зач 7																									
лига S Исх 8	1 и 3	лига S Зач 8	$7 - 6 + 5 + 2 + 1 = 5 + 4$ или $7 + 6 + 5 + 2 \cdot 1 = 5 \cdot 4$. Принимаем любой из вариантов. Возможно, есть и другие...																								
лига S Исх 9	на 8	лига S Зач 9	0, 2, 4, 5, 6. Должны быть все варианты!																								
лига S Исх 10	воскресенье	лига S Зач 10	24 страницы																								
лига S Исх 11	10.45	лига S Зач 11	Таких чисел нет																								

<i>лига S Исх 12</i> 60 граммов	<i>лига S Зач 12</i> 35																																										
<i>лига S Исх 13</i> 199	<i>лига S Зач 13</i> 4210																																										
<i>лига S Исх 14</i> 58 – красная, 87 – синяя	<i>лига S Зач 14</i> 26																																										
	<i>лига S Зач 15</i> 7, 8 и 9 (в любом порядке)																																										
	<i>лига S Зач 16</i> 36																																										
	<i>лига S Зач 17</i> (Картинка может быть повернута). <table border="1" style="float: right;"> <tr><td>0</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>7</td><td style="background-color: #cccccc;"></td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr> </table>	0	4	5	7		3	2	6	1																																	
0	4	5																																									
7		3																																									
2	6	1																																									
	<i>лига S Зач 18</i> 40 <i>лига S Зач 19</i> <table border="1" style="float: right;"> <tr><td></td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>→</td><td>→</td><td>↓</td><td></td><td>↑</td><td>↓</td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td>↓</td><td>→</td><td></td><td>↑</td><td>↓</td></tr> <tr><td>4</td><td>←</td><td>←</td><td>←</td><td>←</td><td>↑</td><td>↓</td></tr> <tr><td>6</td><td>→</td><td>→</td><td>→</td><td>→</td><td>↑</td><td>↓</td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>*</td></tr> </table>		3	4	3	1	4	5	5	→	→	↓		↑	↓	4		↓	→		↑	↓	4	←	←	←	←	↑	↓	6	→	→	→	→	↑	↓	1						*
	3	4	3	1	4	5																																					
5	→	→	↓		↑	↓																																					
4		↓	→		↑	↓																																					
4	←	←	←	←	↑	↓																																					
6	→	→	→	→	↑	↓																																					
1						*																																					
	<i>лига S Зач 20</i> <table border="1" style="float: right;"> <tr><td>Ц</td><td>И</td><td>Ф</td><td>Р</td><td>А</td></tr> <tr><td>А</td><td>Ф</td><td>Р</td><td>Ц</td><td>И</td></tr> <tr><td>Р</td><td>А</td><td>И</td><td>Ф</td><td>Ц</td></tr> <tr><td>И</td><td>Р</td><td>Ц</td><td>А</td><td>Ф</td></tr> <tr><td>Ф</td><td>Ц</td><td>А</td><td>И</td><td>Р</td></tr> </table>	Ц	И	Ф	Р	А	А	Ф	Р	Ц	И	Р	А	И	Ф	Ц	И	Р	Ц	А	Ф	Ф	Ц	А	И	Р																	
Ц	И	Ф	Р	А																																							
А	Ф	Р	Ц	И																																							
Р	А	И	Ф	Ц																																							
И	Р	Ц	А	Ф																																							
Ф	Ц	А	И	Р																																							

«Математическая карусель-2022», 6-7 классы, ЛИГА А

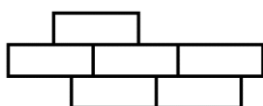
лига А Исх 1. В трёхзначном числе зачеркнули первую цифру и получили число втрое меньше исходного. Найдите все такие трёхзначные числа.

лига А Исх 2. Сумма двух чисел равна 13,5795. Если в большем из них перенести запятую на один знак влево, то получим меньшее число. Найдите оба числа.

лига А Исх 3. Маша выписала на доску три различные ненулевые цифры. Затем составила из них всевозможные двузначные числа, не кратные 11. Сумма всех составленных Машей чисел равна 528. Найдите сумму всех трёх цифр, выписанных Машей на доску.

лига А Исх 4. Во дворе бегают ребята, котята и поросята. Каждый ребёнок подрался с двумя котятами и четырьмя поросятами. Каждый котёнок подрался с пятью ребятами и пятью поросятами. А каждый поросёнок подрался с шестью ребятами и N котятами. Чему может быть равно N ?

лига А Исх 5. Периметр одного маленького прямоугольника на картинке – 26 см. Чему равен периметр всей фигуры?

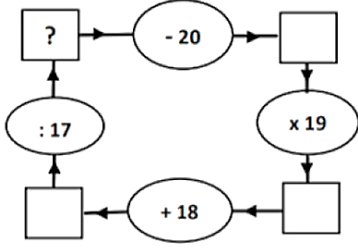


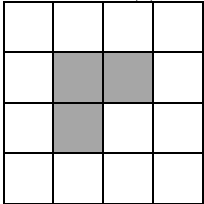
лига А Исх 6. Пусть $A = n^2 + n$. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что число A делится на 2022.

лига А Исх 7. Имея полный бак топлива, катер может проплыть 60 км по течению реки или 40 километров против течения. На какое наибольшее расстояние он может отплыть при условии, что топлива должно хватить и на обратный путь?

лига А Исх 8. Дима задумал число, затем умножил его на сумму цифр этого числа, получилось 792. Какое это могло быть число? Найдите все варианты.

<p><u>лига А Исх 9.</u> В забеге на некоторую дистанцию участвуют страус и черепаха. Страус бежит в 30 раз быстрее черепахи. Черепаха прошла всю дистанцию за 2 часа. Прибыли они к финишу одновременно. Сколько времени после начала движения черепахи оставался на старте страус, прежде чем побежать вслед за ней?</p>	<p><u>лига А Исх 10.</u> В прошлом году Лиза была в три раза старше Мити и в три раза моложе Глеба. В этом году Лиза в два раза старше Мити, а Глеб на два года младше Вани. Сколько сейчас лет Ване?</p>
<p><u>лига А Исх 11.</u> Из числа 5112022 вычеркните три цифры так, чтобы оставшееся число было наименьшим. Запишите в ответе получившееся число.</p>	<p><u>лига А Исх 12.</u> В девятиэтажном доме тринадцать подъездов. В каждом подъезде на каждом этаже – по четыре квартиры. Петя живёт в квартире 399. В каком подъезде и на каком этаже она находится?</p>
<p><u>лига А Исх 13.</u> Маша хочет приписать справа к числу 2021 две цифры так, чтобы полученное число делилось на 22, а Леша хочет приписать справа к числу 2022 две цифры так, чтобы полученное число делилось на 21. У кого больше способов выполнить задуманное и на сколько?</p>	<p><u>лига А Исх 14.</u> Раз Алиса повстречала Льва. Лев лгал по понедельникам, вторникам и средам, и говорил правду во все остальные дни недели. Он высказал два утверждения: 1) Я лгал вчера. 2) После завтрашнего дня я буду лгать два дня подряд. В какой день недели Алиса встретила Льва?</p>

<p>лига А Зач 1. Турнир Солнечного города по шахматам проходил в один круг. В турнире принимали участие 100 коротышек. После турнира Незнайка неожиданно узнал, что за ничью давалось не $\frac{1}{2}$ очка, как он думал, а 0 очков, за поражение – не 0 очков, а -1, а за победу, как он считал и раньше, действительно начисляли 1 очко. В результате Незнайка набрал в два раза меньше очков, чем ему казалось. Сколько очков он набрал?</p>	<p>лига А Зач 2. Какое число может стоять вместо вопросительного знака, если все указанные действия выполнены без ошибок?</p> 
<p>лига А Зач 3. В однокруговом турнире по футболу (за победу дается 3 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков) участвовали четыре команды. Вторая и третья команды набрали поровну очков, а первая набрала больше второй, причём на столько очков, на сколько третья больше четвёртой. Сколько в этом турнире было ничьих?</p>	<p>лига А Зач 4. В записи сегодняшней даты 05.11.2022 сумма первых четырёх цифр и сумма последних четырёх цифр отличаются на 1. Сколько в этом году после этого ещё будет дней с таким же условием?</p>
<p>лига А Зач 5. Найдите все пары (a, b) неотрицательных целых чисел, которые удовлетворяют уравнению $a^2 = b \cdot (b + 7)$.</p>	<p>лига А Зач 6. Сколько существует четырехзначных чисел, у которых и сумма, и произведение цифр четны?</p>
<p>лига А Зач 7. На бумажной ленте подряд записаны натуральные числа от 1 до 2022. Из этой ленты выстригли кусок, не содержащий цифры 1. Какое наибольшее количество цифр могло быть в этом куске?</p>	<p>лига А Зач 8. Коля перемножил несколько (больше одного) последовательных натуральных чисел, в результате получил 720. Какие числа он мог перемножить? Найдите все варианты.</p>

<p>лига А Зач 9. Дим Димыч выписал на доску все натуральные числа от 1000 до 2022 включительно. После этого Нолик сначала стёр все числа, кратные 5, а затем Симка стёрла все чётные числа. Сколько чисел осталось на доске?</p>	<p>лига А Зач 10. Таня записала дробь, у которой сумма числителя и знаменателя равна 2022. Потом она уменьшила числитель на 3, а знаменатель – увеличила на 1, и после сокращения получила $\frac{2}{3}$. Какую дробь записала Таня изначально?</p>
<p>лига А Зач 11. Глеб выписал 12 последовательных натуральных чисел. Сумма всех цифр, из которых состоят выписанные числа, равна 81. Сколько могло быть выписано двоек? Найдите все возможные варианты.</p>	<p>лига А Зач 12. В примере на сложение трёхзначных чисел Саша заменил все буквы цифрами (разные буквы – разными цифрами, одинаковые – одинаковыми). У него получился ребус: ПАС + ПАС + ... + ПАС = ГОЛ. Чему может равняться наибольший ГОЛ? Количество слагаемых ПАС может быть любым.</p>
<p>лига А Зач 13. Электронные часы показывают время от 00:00:00 до 23:59:59. Сколько времени в течение суток на табло часов в каком-то его месте горят цифры 2022 (цифры должны идти подряд)?</p>	<p>лига А Зач 14. Сколько существует троек различных натуральных чисел x, y и z, таких что: $xz + yz = 20, x + y + z = 12$? Тройки, отличающиеся перестановкой чисел, считаются различными.</p>
<p>лига А Зач 15. На клетчатом листе бумаги закрашен уголок из трёх клеток. Каждую минуту закрашиваются все те незакрашенные ещё клетки, для которых <i>хотя бы одна</i> из соседних по стороне уже закрашена. Например, через минуту на листе будет закрашено уже 10 клеток. Сколько клеток будет закрашено через 10 минут?</p> 	<p>лига А Зач 16. Однажды Петя посчитал, что до начала 2023 года осталось ровно 2023 часа. Какого числа какого месяца это случилось?</p>

<p>лига А Зач 17. Обозначим за $d(n)$ количество всех положительных делителей целого положительного числа n, а за $s(n)$ – сумму всех этих делителей. Найдите все целые положительные числа такие, что $d(n) \cdot s(n) = 96$.</p>	<p>лига А Зач 18. Электронные часы показывают время в 24-х часовом формате (ЧЧ:ММ, от 00:00 до 23:59). Сколько минут в сутки часы будут показывать время так, что как минимум три цифры из четырех на экране – одинаковые?</p>
<p>лига А Зач 19. Даня считает число «отличным», если оно делится на 5 и в его записи есть хотя бы одна цифра 5. Сколько существует трёхзначных «отличных» чисел?</p>	<p>лига А Зач 20. В КосмоЗоо в одном вольере сидят шестипалые Момо и двуногие Додо. У каждого Момо на каждой лапе по 5 когтей, а у каждого Додо на каждой ноге по 3 когтя. Во время обхода дворник Вася насчитал на всех конечностях в вольере 2022 когтя. Какое наименьшее количество животных могло быть в вольере?</p>

Ответы лига А

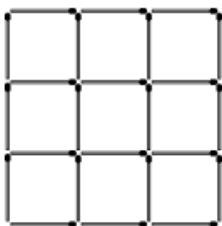
Исходный		Зачётный	
<i>лига А Исх 1</i>	150.	<i>лига А Зач 1</i>	33 очка.
<i>лига А Исх 2</i>	1,2345 и 12,345.	<i>лига А Зач 2</i>	181.
<i>лига А Исх 3</i>	24.	<i>лига А Зач 3</i>	2 ничьи.
<i>лига А Исх 4</i>	$N = 3$.	<i>лига А Зач 4</i>	12 дней
<i>лига А Исх 5</i>	78.	<i>лига А Зач 5</i>	(0; 0), (12; 9).
<i>лига А Исх 6</i>	336.	<i>лига А Зач 6</i>	3875.
<i>лига А Исх 7</i>	24 км.	<i>лига А Зач 7</i>	34 цифры.
<i>лига А Исх 8</i>	132 и 66 – должны быть все ответы!	<i>лига А Зач 8</i>	1, 2, 3, 4, 5, 6 или 2, 3, 4, 5, 6 или 8, 9, 10 – должны быть все ответы!
<i>лига А Исх 9</i>	1 час 56 минут.	<i>лига А Зач 9</i>	409
<i>лига А Исх 10</i>	12 лет.	<i>лига А Зач 10</i>	811/1211.
<i>лига А Исх 11</i>	1022.	<i>лига А Зач 11</i>	1, 6, 8, 10, 13 – должны быть все ответы!
<i>лига А Исх 12</i>	12 подъезд, 1 этаж.	<i>лига А Зач 12</i>	984.
<i>лига А Исх 13</i>	У Лёши больше на 1.	<i>лига А Зач 13</i>	114 секунд.
<i>лига А Исх 14</i>	В понедельник.	<i>лига А Зач 14</i>	6 троек.
		<i>лига А Зач 15</i>	253 клетки.
		<i>лига А Зач 16</i>	8 октября.
		<i>лига А Зач 17</i>	14, 15 и 47 – должны быть все ответы!
		<i>лига А Зач 18</i>	79 минут.
		<i>лига А Зач 19</i>	108 чисел.
		<i>лига А Зач 20</i>	69 животных.

«Математическая карусель-2022», 8-9 классы, ЛИГА В

лига В Исх 1. Если к трехзначному числу прибавить 3, то сумма цифр этого числа уменьшится втрое. Найдите все такие числа.

лига В Исх 2. В таблице 3×3 расставлены цифры так, что все 8 трехзначных чисел, которые можно прочесть по строкам, столбцам и диагоналям – палиндромы (читаются с обеих сторон одинаково). Какое наибольшее количество из этих палиндромов может быть различными?

лига В Исх 3. Миша складывает из спичек клетчатые квадраты. Чтобы выложить квадрат со стороной 3, у него ушло 24 спички (см. рисунок). Сколько спичек у него уйдет на квадрат со стороной 10?

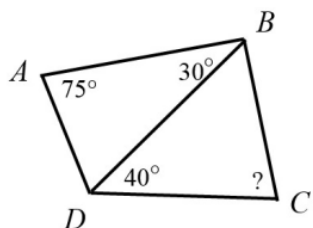


лига В Исх 4. Произведение нескольких (больше одного) последовательных целых чисел равно 3024. Какие это могли быть числа? Укажите все ответы.

лига В Исх 5. У ювелира есть драгоценные камни весом 15, 16, 18, 19, 20 и 31 карат. В первое кольцо он вставил три камня, а во второе – два камня. Оказалось, что в первом кольце вес всех камней ровно в два раза больше, чем во втором. Камень какого веса остался неиспользованным?

лига В Исх 6. Найдите наибольшее натуральное число, в записи которого все цифры различны и сумма любых двух из них является составным числом.

лига В Исх 7. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ некоторые углы обозначены на рисунке. Кроме того, $AB = CD$. Чему равен угол BCD ?



лига В Исх 8. Известно, что $x + y = -3$, $xy = -1$. Чему может равняться $x^2 + y^2$?

лига В Исх 9. Пятизначное число делится нацело на 19. Какую наименьшую сумму цифр оно может иметь?

лига В Исх 10. Натуральное число k увеличили на 10, а его квадрат увеличился на 2020. Чему может быть равно число k ? Укажите все ответы.

лига В Исх 11. Даша поделила одно число на другое. Оказалось, что частное меньше одного из этих чисел в 2022 раза, а другого – в 6 раз. Найдите частное, если известно, что оно больше 1.

лига В Исх 12. Миша рисует квадратики на клетчатой бумаге. Сначала он рисует один квадратик со стороной 1, потом два квадратика со стороной 2, затем – три со стороной 3 и так далее. Квадратик с какой стороной он нарисует в тот момент, когда суммарная площадь всех квадратиков впервые превысит 2022?

лига В Исх 13. Назовем дробь a/b (необязательно несократимую) *красивой*, если a и b – натуральные числа с суммой 15. Сколько различных целых чисел представимо в виде суммы двух красивых дробей (необязательно различных)?

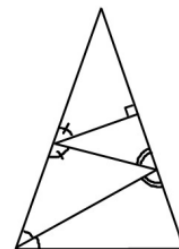
лига В Исх 14. Саша задумал число, добавил его к числу, которое больше задуманного на 15. Затем из этой суммы вычел число, которое меньше задуманного на 24 и, наконец, прибавил число, которое больше задуманного в 2 раза. В итоге получилось 2022. Какое число задумал Саша?

лига В Зач 1. Сколько существует пятизначных чисел таких, в которых можно вычеркнуть одну цифру, и получится число 2022?

лига В Зач 2. Какими могут быть стороны прямоугольника, если известно, что они выражаются целыми числами, а его периметр на 2022 больше площади? Укажите все ответы. Ответы, отличающиеся перестановкой, считаются одинаковыми.

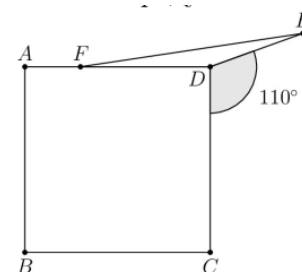
лига В Зач 3. Катя, Таня и Света делили одно и тоже число на разные делители: 10, 11 и 12. У всех троих получился одинаковый остаток, не равный нулю. Какое наименьшее число они могли делить, если известно, что в его десятичной записи не менее двух цифр?

лига В Зач 4. Из вершины при основании равнобедренного треугольника по биссектрисе направлен луч. Он отражается от сторон треугольника, как показано на рисунке. Каким должен быть угол при вершине треугольника, противоположной основанию, чтобы после двух отражений луч пришел перпендикулярно стороне и отразился обратно?



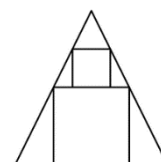
лига В Зач 5. Олег написал два различных натуральных числа. Иван уменьшил каждое из них на 7. В результате произведение чисел Ивана оказалось на 28 больше, чем произведение чисел Олега. Чему равно произведение чисел Ивана?

лига В Зач 6. На стороне AD квадрата $ABCD$ выбрана точка F . Точка E такова, что $\angle CDE = 110^\circ$ и $DE = DF$. Сколько градусов составляет $\angle AFE$?



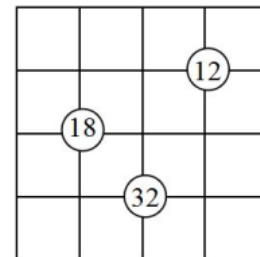
лига В Зач 7. Шестизначное число $\overline{20022a}$ является простым только для одной цифры a . Чему она равна?

лига В Зач 8. Внутри равнобедренного треугольника размещены два квадрата – со стороной 6 и со стороной 4 (см. рисунок). Найдите площадь треугольника.



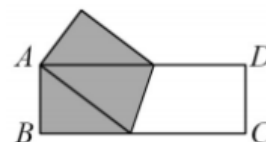
лига В Зач 9. Учитель написал на доске три натуральных числа: a , b и c . Саша подсчитала, что $\text{НОД}(a; b) = 30$, а $\text{НОК}(a; b) = 900$. Аня подсчитала, что $\text{НОД}(b; c) = 90$, а $\text{НОК}(b; c) = 1800$. Наконец, Коля подсчитал, что $\text{НОД}(a; c) = 60$. Найдите $\text{НОК}(a; c)$.

лига В Зач 10. Заполните сетку цифрами от 1 до 4 так, чтобы в каждом ряду все цифры встречались ровно один раз, а число в кружке равнялось произведению соседних с ним цифр.



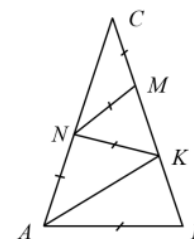
лига В Зач 11. Профессор Пилюлькин смешал 9%-ный и 13%-ный растворы соли, а затем добавил 250 миллилитров 4%-ного раствора соли. В результате он получил 7%-ный раствор. Если бы вместо 250 миллилитров 4%-ного раствора он добавил 300 миллилитров 23%-ного раствора соли, то получился бы 17%-ный раствор. Сколько миллилитров 9%-ного и 13%-ного растворов использовал профессор?

лига В Зач 12. Бумажный прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 3$ и $BC = 9$ перегнули так, что вершина C совпала с вершиной A (см. рисунок). Чему равна площадь закрашенного пятиугольника?



лига В Зач 13. Цифры A , B и C (необязательно различные) таковы, что $3A + B = 2C$. Про какие однозначные числа N можно утверждать, что трехзначное число \overline{ABC} обязательно делится на N ?

лига В Зач 14. Треугольник ABC – равнобедренный: $AC = BC$. Известно, что $CM = MN = NK = AN = AB$. Найдите угол C .



лига В Зач 15. Ваня задумал два ненулевых целых числа: a и b . Потом число a увеличил на 20%, а число b – на 22%. Оказалось, что сумма $a + b$ увеличилась на 2022%. Какие числа мог задумать Ваня? Укажите все ответы.

лига В Зач 16. В треугольнике один из углов равен 120° . Известно, что его можно разрезать на два равнобедренных треугольника. Чему могут быть равны два других угла исходного треугольника? Укажите все ответы.

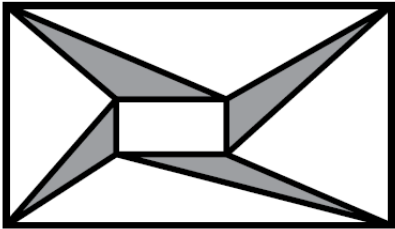
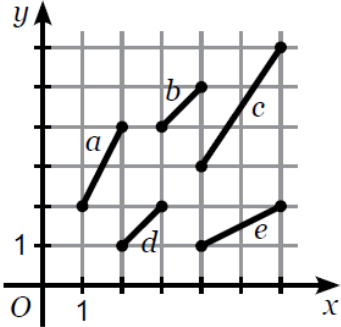
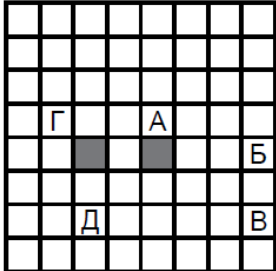
<p>лига В Зач 17. Найдите все решения уравнения $n^3 - k! = 5$ в натуральных числах n, k.</p>	<p>лига В Зач 18. Сколько существует четырехзначных чисел N, кратных 31, таких, что двузначное число (не начинающееся с нуля), полученное из числа N отбрасыванием первой и последней цифр, тоже делится на 31?</p>
<p>лига В Зач 19. Решите систему уравнений $x + y = 5xy, y + z = 9yz, z + x = 8zx$. Укажите все решения.</p>	<p>лига В Зач 20. Егор записал пять последовательных двузначных чисел. Он сложил какие-то три из них и получил результат, делящийся на 41. Затем он сложил еще какие-то три из этих чисел и получил сумму, делящуюся на 69. Какие числа мог записать Егор? Укажите все ответы.</p>

Ответы лига В

Исходный	Зачётный																
лига В Исх 1 108, 117 и 207.	лига В Зач 1 45 чисел.																
лига В Исх 2 5 чисел.	лига В Зач 2 1 и 2020.																
лига В Исх 3 220.	лига В Зач 3 661.																
лига В Исх 4 6, 7, 8, 9 и - 9, - 8, - 7, - 6. Должны быть оба ответа!	лига В Зач 4 180°/11.																
лига В Исх 5 20 карат.	лига В Зач 5 30.																
лига В Исх 6 97531.	лига В Зач 6 170°.																
лига В Исх 7 70°.	лига В Зач 7 7.																
лига В Исх 8 11.	лига В Зач 8 81.																
лига В Исх 9 3.	лига В Зач 9 360.																
лига В Исх 10 96.	лига В Зач 10 <table border="1" style="margin: auto; text-align: center;"> <tr><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td></tr> </table>	4	2	3	1	2	3	1	4	3	1	4	2	1	4	2	3
4	2	3	1														
2	3	1	4														
3	1	4	2														
1	4	2	3														
лига В Исх 11 337.	лига В Зач 11 195 и 60.																
лига В Исх 12 9.	лига В Зач 12 19,5.																
лига В Исх 13 11.	лига В Зач 13 1 и 7. Должны быть оба ответа!																
лига В Исх 14 661.	лига В Зач 14 20°.																
	лига В Зач 15 $a = 1000k, b = -1001k$, где k – любое целое число.																
	лига В Зач 16 40° и 20°; 45° и 15°. Должны быть оба ответа!																

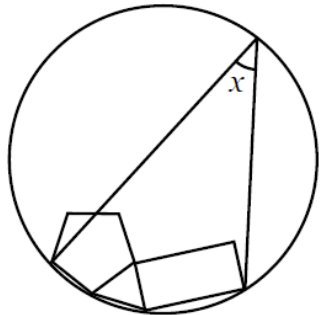
	лига В Зач 17 $n = 5, k = 5$ и $n = 1, k = 3$. Должны быть оба ответа!
	лига В Зач 18 6 чисел.
	лига В Зач 19 $x = 1/2, y = 1/3, z = 1/6$ или $x = y = z = 0$. Должны быть оба ответа!
	лига В Зач 20 66, 67, 68, 69, 70 или 67, 68, 69, 70, 71. Должны быть оба ответа!

«Математическая карусель-2022», 10-11 классы

<p>Исх1. Первая и вторая цифры двузначного числа N являются первым и вторым членами некоторой геометрической прогрессии, а само число N втрое больше третьего члена этой прогрессии. Найдите все такие N.</p>	<p>Исх2. Витя выписал в ряд десять натуральных чисел следующим образом: первые два числа он выписал произвольным образом, а каждое следующее, начиная с третьего, равнялось сумме двух предыдущих. Найдите четвертое число, если седьмое равно 42, а девятое равно 110.</p>
<p>Исх3. Прямоугольники 4×7 и 1×2 расположены так, что их стороны параллельны (см. рисунок). Чему равна сумма площадей четырех закрашенных треугольников?</p> 	<p>Исх4. Какой из отрезков на рисунке является частью прямой, проходящей через точку M (2022; 2023)?</p> 
<p>Исх5. Из восьми маленьких кубиков сложили куб $2 \times 2 \times 2$. Некоторые из маленьких кубиков сделаны из прозрачного стекла, остальные – из черного пластика. Оказалось, что и сверху, и справа, и спереди большой куб выглядит как черный квадрат 2×2. При каком наименьшем количестве черных кубиков это возможно?</p>	<p>Исх6. Все три тангенса удвоенных углов треугольника равны. Найдите эти углы.</p>
<p>Исх7. Касательная к графику $y = x^2$ пересекает оси OX и OY в точках A и B так, что $OA = OB$. Найдите длину отрезка AB.</p>	<p>Исх8. Найдите наименьшее натуральное число, произведение цифр которого равно 10 000.</p>
<p>Исх9. В треугольнике ABC проведена биссектриса CD. Известно, что центр окружности, вписанной в треугольник BDC, совпадает с центром окружности, описанной около треугольника ABC. Найдите углы треугольника ABC.</p>	<p>Исх10. Маша провела прямую, пересекающую обе закрашенные клетки и не проходящую через узлы сетки. Какие из клеток Б, В, Д не может пересечь эта прямая?</p> 

<p>Исх11. 1 сентября 2022 года Борис положил в банк 100 000 рублей. Ровно через год банк начисляет 10% годовых. Например, 2 сентября 2023 года у Бориса на счете будет 110 000 рублей. В каком году 2 сентября сумма на счете Бориса впервые превысит 150100 рублей?</p>	<p>Исх12. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром длины 1 и треугольник, одна из вершин которого есть точка A, а две другие лежат на ребрах BB_1 и CC_1. Найдите длину третьей стороны этого треугольника, если известно, что длины сторон, выходящих из вершины A, равны 1,5 и 1,25.</p>
<p>Исх13. Сколько десятизначных чисел можно составить так, чтобы любые две соседние цифры отличались на единицу, если в их десятичной записи можно использовать только цифры 1, 2 и 3?</p>	<p>Исх14. Производительность цеха А не более 730 деталей в сутки. Производительность цеха В до ремонта составляла 75% от производительности цеха А. После ремонта цех В увеличил производительность на 20% и стал выпускать более 640 деталей в сутки. Сколько деталей стал выпускать цех В в сутки, если оба цеха производят в сутки целое число деталей?</p>
<p>Исх15. Найдите все значения параметра a, для которых найдется такое число β, что числа $\sin\beta$ и $2\cos\beta$ являются различными корнями уравнения $x^2 + a\sqrt{2}x + 1 = 0$.</p>	<p>Исх16. Два лыжника стартовали друг за другом с интервалом в 6 минут. Второй догнал первого на расстоянии 2 км от точки старта. Дойдя до поворота на отметке 5 км, второй лыжник повернул обратно и встретил первого на расстоянии 1 км от точки поворота. Сколько км/ч составляет скорость первого лыжника?</p>
<p>Исх 17. В окружность вписан прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB. На большем катете BC взята точка D так, что $AC = BD$, а точка E – середина дуги AB, содержащей точку C. Найдите угол DEC.</p>	<p>Исх18. Найдите все целые a, при которых уравнение $x^2 + ax + a = 0$ имеет целые корни.</p>

<p>Зач 1. Решите в натуральных числах уравнение $\text{НОК}(a; b) + \text{НОД}(a; b) = ab$.</p>	<p>Зач 2. Клетки таблицы 7×5 раскрашены в чёрный и белый цвета так, что получилось 27 пар соседних клеток разного цвета и 21 пара соседних клеток чёрного цвета. (Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.) Сколько получилось пар соседних клеток белого цвета?</p>
---	---

<p>Задача 3. В параболу $y = x^2$ вписан прямоугольный треугольник (все вершины лежат на параболе), гипотенуза которого параллельна оси Ox. Найдите высоту треугольника, проведенную к гипотенузе.</p>	<p>Задача 4. Агент передал в Центр вместо натуральных чисел a, b, c и d числа $a + b, a + c, a + d, b + c$ и $b + d$, не указав, в каком порядке они переданы. В центре получили 13, 15, 16, 20 и 22. Чему равна сумма $c + d$?</p>
<p>Задача 5. Куб со стороной $\sqrt{2}$ пересекли плоскостью. В сечении получился многоугольник, две стороны которого равны 2 и 1. Найдите площадь сечения.</p>	<p>Задача 6. Известно, что $\sin x \cdot \cos y = \cos x \cdot \sin y = 0,5$. Найдите $\cos 2x - \sin 2y$.</p>
<p>Задача 7. Пусть $S(x)$ – сумма цифр натурального числа x. Решите уравнение: $x + S(x) = 2023.$</p>	<p>Задача 8. Правильный пятиугольник, правильный треугольник и прямоугольник расположены так, что две вершины каждого многоугольника лежат на окружности (см. рисунок). Чему равен угол x?</p> 
<p>Задача 9. Найдите $f(x)$, если известно, что $2f(x) + f(2 - x) = x + 5$ при любом значении x.</p>	<p>Задача 10. Хлебопекарня увеличила выпуск продукции на 50%. На сколько процентов увеличилась прибыль пекарни, если отпускная цена её продукции возросла на 10%, а себестоимость продукции, которая до этого составляла $\frac{3}{4}$ отпускной цены, увеличилась на 20%?</p>
<p>Задача 11. Найдите все x, для которых выражения $1/\cos x$ и $1/\cos 2x$ одновременно принимают целые значения и $0 \leq x \leq 360^\circ$.</p>	<p>Задача 12. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ отмечена середина стороны AD – точка M. Отрезки BM и AC пересекаются в точке O. Известно, что $\angle ABM = 55^\circ, \angle AMB = 70^\circ, \angle BOC = 80^\circ, \angle ADC = 60^\circ$. Сколько градусов составляет угол BCA?</p>
<p>Задача 13. Встретились несколько друзей. Каждый из них обменялся рукопожатием с каждым, кроме Федота, который, будучи не в духе, некоторым пожал руку, а некоторым – нет. Всего было сделано 197 рукопожатий. Сколько рукопожатий сделал Федот?</p>	<p>Задача 14. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром длины 1. Точка F – середина ребра DD_1. Найдите сумму квадратов длин проекций всех ребер куба на плоскость сечения ABF.</p>

<p>Зач 15. Архипелаг состоит из $N > 7$ островов. Любые два острова соединены не более, чем одним мостом. Известно, что с каждого острова ведёт не более, чем 5 мостов, а среди любых 7 островов обязательно есть два, соединённые мостом. Какое наибольшее значение может принимать N?</p>	<p>Зач 16. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$. Известно, что уравнения $P(x) = x - 2$ и $P(x) = 1 - x/2$ имеют ровно по одному корню. Чему равен дискриминант $P(x)$?</p>
<p>Зач 17. Найдите все натуральные n, при которых число $\frac{n^3 - 1}{5}$ является простым.</p>	<p>Зач 18. AL и BM – биссектрисы треугольника ABC. Окружности, описанные около треугольников ALC и BMC, вторично пересекаются в точке K, лежащей на стороне AB. Найдите величину угла ACB.</p>
<p>Зач 19. Журналист приехал на остров, на котором живут только рыцари и лжецы. Лжецы всегда лгут, а рыцари всегда говорят правду. Он спросил каждого жителя про каждого из остальных, лжец он или рыцарь. Было получено 76 ответов «рыцарь» и 80 ответов «лжец». Сколько рыцарей могло быть на острове?</p>	<p>Зач 20. Датчик случайных чисел выдаёт число a – одно из натуральных чисел $1, 2, \dots, 100$ (с равной вероятностью). Для этого значения a находим максимально возможное значение M функции: $f(x) = 700/(x^2 - 2x + 2a)$. Вероятность того, что $M > 10$, равна n процентов. Чему равно n?</p>

2022г. 10 – 11 кл. Ответы

Исходный		Зачётный	
Исх 1.	12, 24, 36, 48	Зач 1.	$a = b = 2$
Исх 2.	10	Зач 2.	10
Исх 3.	5,5	Зач 3.	1
Исх4.	b	Зач 4.	19
Исх 5.	4	Зач 5.	$9/4 = 2,25$
Исх 6.	$30^0, 30^0, 120^0, 60^0, 60^0, 60^0$	Зач 6.	$-1; 1$
Исх 7.	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	Зач 7.	1997 и 2015
Исх 8.	255558	Зач 8.	36^0
Исх 9.	$72^0, 72^0, 36^0$	Зач 9.	$f(x) = x + 1$
Исх 10.	Д	Зач 10.	20%
Исх 11.	2027	Зач 11.	$0^0, 60^0, 120^0, 180^0, 240^0, 300^0, 360^0$
Исх 12.	$\frac{\sqrt{17}}{4}$	Зач 12.	35^0
Исх 13.	64	Зач 13.	7 рукопожатий.
Исх 14.	648	Зач 14.	8
Исх 15.	$-1,5; 1,5$	Зач 15.	36
Исх 16.	10	Зач 16.	$-0,5$
Исх 17.	90^0	Зач 17.	6

Исх 18. 0 и 4	Зач 18. 60⁰
	Зач 19. 5 или 8.
	Зач 20. 35