УДК 51(077)

ББК 22.1я7

С 56

Рекомендовано к печати Учебно-методическим советом
Педагогического института Иркутского государственного университета

Математика и проблемы обучения математике в общем и профессиональном образовании. Часть I: материалы XI Всероссийской научно-практической конференции / редактор Дулатова З.А. – Иркутск: ООО «Издательство Оттиск», 2018. – 212с.

ISBN 978-5-6040407-4-4

В материалах XI Всероссийской научно-практической конференции отражены вопросы особенностей отбора содержания и организации обучения математике в процессе реализации требований ФГОС в общем и профессиональном образовании, внедрения современных методов обучения, организации проектной и исследовательской деятельности обучающихся с применением математики, организации оценки результатов обучения в современных условиях, подготовки учащихся к прохождению итоговых государственных испытаний. Статьи печатаются в авторской редакции: за достоверность и корректность изложения ответственность несут авторы статей.

Редактор З.А. Дулатова

УДК 51(077)

ББК 22.1я7

ISBN 978-5-6040407-4-4

В.Н. Агейчик, А.Г. Зенцов

МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска, Лицей № 36 ОАО «РЖД»

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СТАРТ В МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

В последнее время стало модным начинать обучение геометрии как можно раньше. Зачастую, к сожалению, это происходит без учёта возрастных и психологических особенностей младших школьников. При преподавании геометрии в младших классах учителя и авторы учебников впадают в две крайности. С одной стороны, с детьми начинают заигрывать, предлагая делать всевозможные поделки из развёрток, рисовать орнаменты, перегибать рисунки для получения доказательства симметричности, составлять картинки с помощью «Танграма», рассматривать изображения архитектурных строений разных эпох с целью увидеть красоту геометрии.

Это все замечательно для детей дошкольного возраста или начальной школы. Но малосодержательно с точки зрения особенностей восприятия геометрии и математики в целом учащимися 5-6 классов. Кроме того, есть опасение представить геометрию несерьёзной забавой, что не принесёт большой пользы. Другая крайность – «впихнуть» детям все понятия и определения геометрии из 7-8 классов, а иногда и 9-10, с непонятной целью и непонятным результатом. Есть опасность, что учащиеся, увидев знакомые понятия, будут считать, что они это всё знают, и не станут должным образом относиться к строгости изложения материала. Попытки излишней ранней формализации ведут к недостаточному или неверному усвоению содержательного материала при формировании системы геометрических представлений.

Анализируя особенности школьной геометрии, выделим ее исследовательский потенциал, глубокие межпредметные связи и олимпиадную составляющую. Можно утверждать, что олимпиадная математика усиливает исследовательский потенциал геометрии, обогащает ее задачный материал и расширяет возрастные рамки обучаемых. Говоря о школьной геометрии, мы имеем в виду учебный предмет с 7 по 11 класс, спецкурсы и математические кружки.

В рамках спецкурсов, математических кружков, зимних и летних математических школ к обучению геометрии сегодня привлекаются и младшие школьники (4-6 классов). Разработаны программы и изданы учебники по «Наглядной геометрии»: «Я в пространстве» (В.А. Гусев), «Наглядная геометрия» (И.Ф. Шарыгин, Л.Н. Еранжиева), «Развивающая геометрия» (Н.С. Подходова и др.), «Геометрия и Я» (О.С. Якунина), «Геометрия вокруг нас» (И.С. Якиманская, Р.Я. Кац). Составлены наборы геометрических задач для младших школьников в олимпиадной математике, конкурсе «Кенгуру».

Заметим, что задачи геометрического содержания в рамках математических кружков и спецкурсов олимпиадной направленности, как показывает наша практика обучения школьников 5-6 классов, являются более привлекательными, соответствуют активности и повышенным возможностям, присущими данному возрасту.

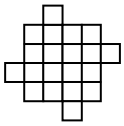
Геометрическим стартом мы назвали пропедевтический спецкурс по геометрии, основанный на системно-деятельностном подходе. Цель спецкурса – сделать обучение содержательным и интересным, сохранив наглядность, но в то же время не дублировать материал старших классов. При этом мы стараемся обратить внимание на то, что геометрия – не изолированная часть математики, что у нее глубокие предметные взаимосвязи. Основной принцип курса – обучение через задачи. Одной из форм обучения признана необходимость активной самостоятельной деятельности школьников, в том числе «открытия» математических фактов самими учащимися в ходе решения учебно-познавательных задач. Уровень сложности задач таков, чтобы их решения были доступны учащимся и развивали геометрическую зоркость, интуицию и воображение, математическую речь, способствовали усвоению геометрической терминологии и символики.

Предлагаем обратить особое внимание на содержание и последовательность геометрического материала. Рассмотрим небольшую часть системы тщательно подобранных материалов, накопленных авторами в процессе работы с учащимися 5-6 классов на факультативных занятиях по геометрии. Задачи подаются в виде серий, содержащих различные идеи. Проследим некоторые из них на примере задач из разных серий.

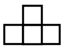
1. Можно ли квадрат 4×4 без угловой клетки на рисунке 4 разрезать по линиям сетки на три равные части? На пять равных частей?

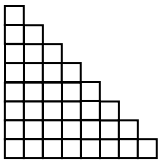
При решении задачи учащиеся не только знакомятся с понятием площади, выраженной в клетках, но и с понятием равенства фигур.

2. Разрежьте фигуру на рисунке по линиям сетки на четыре равные части тремя способами.



Кроме закрепления понятия площади и равных фигур учащиеся знакомятся с понятием симметрии и её применением в решении задач.

3. «Лесенкой» размером $n \times n$ назовем фигуру, изображенную на рисунке, длина основания которой составляет n клеточек. (На рисунке – «лесенка» размером 8×8). При каких n «лесенку» можно разрезать на фигурки вида  и  ? Ответ: при $n = 4k$ и n = $4k + 3$



Задача знакомит учащихся с понятием чётности и построением примеров.

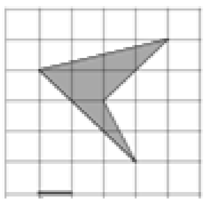
4. Можно ли разрезать шахматную доску 8×8 без левой нижней и правой верхней угловых клеток на доминошки 1×2?

Задача позволяет познакомить учащихся с тем, что чётности недостаточно для разбиения на доминошки и дает понятие раскраски.

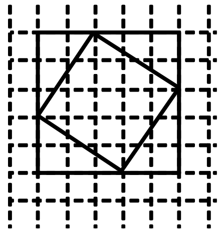
5. Можно ли разрезать прямоугольник 4×5 на пять различных фигурок «тетрамино»?

При решении учащиеся находят все фигуры тетрамино, добавляя клетку к триминошкам двух типов и применяют раскраску.

6. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на рисунке.



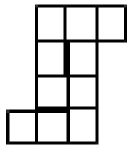
При решении этой и аналогичных задач дети учатся искать площадь (измеряя её в клетках), разбивая прямоугольники на одинаковые треугольники или дополняя фигуру треугольниками.



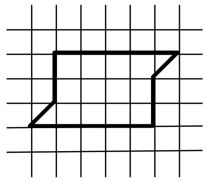
7. Найдите площадь маленького квадрата на рисунке.

Решение этой задачи даёт возможность в дальнейшем перейти к доказательству теоремы Пифагора.

8. Прямоугольник разрезан на несколько (более одной) различных фигурок из 6 клеток. Какая наименьшая площадь может быть у такого прямоугольника? Покажите, как это сделать.



9. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на три части, из которых можно сложить квадрат.



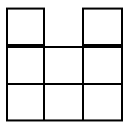
10. Вася взял ножницы и разрезал фигуру на рисунке на 6 частей так, что потом смог сложить из них квадрат. Как он это сделал?

11. Все стенки и дно картонной коробки (без крышки) представляют собой квадраты площадью 1. Разрежьте коробку на три куска так, чтобы из них можно было сложить квадрат площадью 5.

Эти задачи усложняют материал, изученный ранее.

Таким образом, реализация системы тщательно отобранных задач с постепенным усложнением материала позволяет познакомить школьников 5-6 классов с разными математическими идеями без ущемления наглядности и понятности. Задачи от самых простых постепенно доходят до олимпиадного уровня и позволяют провести пропедевтику геометрических знаний без дублирования материала в старших классах.

Следующая подборка задач направлена на развитие пространственного мышления учащихся, формирование гибких пространственных образов, включающих в единстве топологические, метрические свойства и отношения изучаемых объектов.



1. Куб 3×3×3 сделан из 27 маленьких кубиков. Какое наименьшее количество кубиков нужно вынуть, чтобы вид спереди, сверху и справа был таким, как на рисунке? Ответ: 7
2. У кубика 7×7×7 выпилили восемь кубиков 2×2×2 (около каждой из восьми вершин). Поверхность полученной фигуры покрасили, а затем распилили её

на кубики $1\times1\times1$. Сколько при этом получилось кубиков ровно с двумя окрашенными гранями? Решение обоснуйте. Ответ: 60

Если рассмотреть при ребре параллелепипед $2\times2\times3$ и его окрашенные грани, то насчитаем 5 кубиков с двумя такими гранями. Тогда 5 умножим на 12. Такое решение подкрепляется чертежом. Возможны другие решения.

3. Окрашенный куб распилили на 1000 одинаковых кубиков. Во сколько раз суммарная площадь неокрашенных граней кубиков больше суммарной площади окрашенных? Ответ: в 9 раз.

   Чаще всего предлагается арифметическое решение: $(6000 – 600): 600 = 9$.

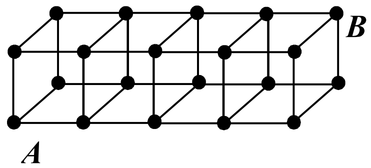
   Геометрическое решение: для распила на кубики необходимы 27 плоскостей (3раза по 9плоскостей, параллельных одной грани), получаем 54 неокрашенные грани. Окрашенных граней – 6.

4. Вова сложил из кубиков прямоугольный параллелепипед с различными сторонами. Количество его кубиков равно то ли 9991, то ли 9919, а разность каких-то двух его сторон не больше 6. Чему могут быть равны стороны Вовиного параллелепипеда?

   Решение: $9991=1\times97\times103$, $9919=13\times7\times109 =1\times7\times1417$ – 3 варианта.

5. Грани игрального кубика занумерованы числами от 1 до 6 так, что сумма чисел на любых двух противоположных гранях равна 7. Из 117 таких кубиков выложен куб $5\times5\times5$ с удаленными угловыми кубиками. Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел, написанных на поверхности получившейся фигуры? Ответ: 234. Решение. На поверхность каждой грани выходят 9 кубиков, у которых видна только одна эта грань. Сумма видимых на них чисел будет минимальной, если каждое видимое число равно 1. Кроме того, на каждом из 12 ребер есть один кубик с двумя видимыми гранями (сумма минимальна, если на этих гранях видны 1 и 2) и два кубика с тремя видимыми гранями (сумма минимальна, если видимыми числами будут 1, 2 и 3 – это всегда возможно, потому что никакие две из этих трех граней не противоположны). Минимальная сумма равна $12\times(6+6+3)+6\times9\times1 = 234$.

6. Дан решетчатый параллелепипед (см. рисунок), где длина каждого отрезка равна 1 см. В точке *A* сидит таракан. Какое наибольшее расстояние он может пройти по пути в точку *B*, не проходя ни через какую точку дважды?



Ответ: 18

Применим шахматную раскраску точек. Точки *A* и *B* получаются одного цвета, следовательно, будет задействовано не более 19 вершин и 18 отрезков. Пример легко строится.

7. Мышка грызет куб сыра 3×3×3, разбитый на 27 кубиков 1×1×1. Когда мышка съедает какой-либо кубик, она переходит к кубику, имеющему общую грань с предыдущим. Может ли мышка съесть весь куб, кроме центрального кубика (именно там, в центральном кубике, спрятан крючок мышеловки)? А если размеры куба 5×5×5?

В первом случае маршрут невозможен, что можно продемонстрировать с помощью шахматной раскраски кубиков. Во втором случае пример строится.

8. Прореженный куб. Из единичных кубиков составлен куб размером 3×3×3. Какое наибольшее число кубиков можно из него удалить так, чтобы при взгляде на оставшуюся фигуру вдоль любого ребра был виден квадрат размером 3×3 без просветов (кубики волшебные и могут висеть в воздухе).

Ответ: 18. Начинаем с оценки: больше 18 не может быть, так как для квадрата 3×3 нужны 9 кубиков. Пример на 9 волшебных кубиков строится.

9. Вам нужно наполнить коробку 8×5×3 кубиками двух типов: 2×2×2 и 1×1×1 так, чтобы в коробке не осталось пустого места, и было использовано наименьшее количество кубиков. Сколько потребуется кубиков? Ответ: 64.

Список литературы

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, утвержденный приказом Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897 (ред. от 31.12.2015) «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».

2. Гусев В.А. Геометрия 5-6. – М.: Русское слово, 2001.
3. Панчищина В. А. и др. Геометрия для младших школьников. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1998. – Ч. I.
4. Шарыгин И. Ф., Ерганжиева Е.Н. Наглядная геометрия. – М., 1992.

Цифровые образовательные ресурсы: интернет-источники

1. Журнал «Квант» – Режим доступа: http://kvant.ras.ru (10 марта 2017).
2. Сайт МЦНМО. Задачи по геометрии. – Режим доступа: http://zadachi.mccme.ru (10 марта 2017).
3. Олимпиада по геометрии им. И.Ф.Шарыгина. – Режим доступа: http://www.geometry.ru/olimpshar.htm (10 марта 2017).
4. Сайт МЦНМО. Математические кружки. – Режим доступа: http://www.mccme.ru/circles/ (10 марта 2017).
5. Материалы Уральских турниров юных математиков, Кировской летней многопредметной школы, Кубков памяти А.Н. Колмогорова – Режим доступа: http://www.cdoosh.ru /ural (10 марта 2017).
6. Интернет-проект «Задачи» (предназначен для учителей и преподавателей, как помощь при подготовке уроков, кружков и факультативных занятий в школе). – Режим доступа: http://www.problems.ru/ (10 марта 2017).
7. Библиотека математического кружка. – Режим доступа: http://math.ru/lib/ser/bib-math-kr (10 марта 2017).